



**ÉTUDE 3D D'UNE DYNAMIQUE TOURBILLONNAIRE  
PAR HOLOGRAPHIE NUMÉRIQUE DANS L'AXE**

***3D STUDY OF VORTEX DYNAMICS BY DIGITAL  
IN-LINE HOLOGRAPHY***

**B. LEBON<sup>1,2,\*</sup>, G. PERRET<sup>1</sup>, S. GRARE<sup>2</sup>,  
C. GOBIN<sup>2</sup>, D. LEBRUN<sup>2</sup>, J. BROSSARD<sup>1</sup>**

1 - Laboratoire Ondes et Milieux Complexes (LOMC), UMR 6294, CNRS - Université du Havre,  
53 rue de Prony, BP 540, 76058 Le Havre, France.

*benoit.lebon@etu.univ-lehavre.fr*

2 - COmplexe de Recherche Interprofessionnel en Aérothérmochimie (CORIA), UMR 6614 CNRS -  
Université de Rouen,

675 Avenue de l'université, 76801 Saint-Étienne-du-Rouvray, France.

**Résumé**

L'interaction de la houle avec une structure immergée génère des filaments tourbillonnaires très intenses qui ont un fort impact sur leur environnement proche. La dynamique de ces filaments présente des mécanismes de déstabilisation fortement tridimensionnels dont la caractérisation représente un défi expérimental. Pour identifier et comprendre ces mécanismes, nous avons utilisé l'holographie numérique dans l'axe afin d'accéder à la distribution tridimensionnelle des vitesses au sein du tourbillon et ainsi mieux comprendre la nature des processus intervenant dans sa déstabilisation.

**Summary**

The interaction of waves with a submerged structure generates intense vortex filaments which have a strong impact on their surroundings. The dynamics of these filaments has strongly three-dimensional mechanisms of destabilization whose characterization is an experimental challenge. To identify and understand these mechanisms, we used digital in-line holography to measure the three-dimensional velocity distribution in the vortex and have a better understanding of the nature of the vortex destabilization.

## I – Introduction

Le nombre croissant de projets visant à exploiter l'énergie marine impose de mieux comprendre leur action sur leur environnement proche. Le problème est ici simplifié par l'étude de la dynamique autour d'une plaque immergée sous une houle régulière. L'interaction entre la houle et la plaque va générer aux bords de celle-ci des filaments tourbillonnaires très intenses qui sont détruits sous l'effet d'instabilités tridimensionnelles. Une précédente étude 2D [12] a montré que deux tourbillons contrarotatifs sont générés à l'aval de la plaque. Le premier au bord supérieur par décollement de la couche limite puis le second au bord inférieur par instabilité de Kelvin Helmholtz lors de la convection du premier par la houle. L'étude qualitative de la dynamique 3D [11] a permis d'estimer une valeur de la composante axiale de la vitesse au cœur du tourbillon du même ordre de grandeur que la vitesse orbitale de la houle. Cette vitesse axiale est corrélée à la déstabilisation des tourbillons. Nous cherchons donc à accéder avec précision à la distribution de vitesse axiale au cœur du tourbillon pour mieux comprendre la nature des processus intervenants dans leur déstabilisation.

Pour accéder à cette information, nous avons retenu l'holographie numérique. Cette technique repose sur l'enregistrement par un capteur CCD du champ de diffraction généré par des particules éclairées par une lumière cohérente [14]. On encode ainsi une information qui nous permet ensuite de reconstruire numériquement le front d'onde pour un plan de profondeur  $z$  donné sur la totalité du volume de mesure, et donc, de reconstruire la position en 3D de chaque particule [6] [4]. L'obtention de l'information 3D se fait ainsi par la reconstruction plan par plan du volume de mesure. Pour sa simplicité de mise en œuvre, nous avons retenu la configuration dans l'axe [5]. Nous présenterons ici les premières mesures obtenues du tourbillon avec le dispositif d'holographie.

## II – Dispositif expérimental

### II – 1 Configuration hydrodynamique

L'expérience est conduite dans un canal à houle de  $10m$  de long,  $30cm$  de large et  $30cm$  de haut (figure 1). La plaque utilisée a une épaisseur  $e = 3mm$ , une longueur  $L_p = 25cm$ , et la largeur  $L$  du canal. Le niveau d'eau au repos est  $h_0 = 20cm$ . La plaque est immergée à  $p = 7cm$ . Pour étudier la dynamique tourbillonnaire, on choisit des paramètres de houle tels que le taux d'harmoniques soit faible et que l'influence de la plaque sur la surface libre reste limitée. Le batteur génère une houle régulière de période  $T = 1,015s$ , d'amplitude  $a = 11mm$  et de longueur d'onde  $\lambda_{houle} = 1,24m$ . On a alors un rapport  $L_p/\lambda_{houle} = 0.2$  qui nous permet d'avoir une réflexion de l'ordre de 20% et un faible coefficient d'amortissement de la houle par la plaque [2]. En bout de canal une plage en mousse permet de limiter la réflexion de la houle. Dans cette configuration, on mesure par la méthode de Goda et Suzuki [3] avec deux sondes résistives une onde réfléchie d'amplitude  $a_r = 2,4mm$  soit  $a/a_r = 0,22$ , ce qui est en adéquation avec Brossard et al. [2].

L'ensemencement de l'écoulement est assuré par des bulles d'hydrogène d'un diamètre moyen de  $35\mu m$  générées par électrolyse sur une bande de  $5mm$  de large située sur la tranche de la plaque à  $3cm$  du bord du canal coté caméra. Une deuxième plaque est disposée au fond du canal pour assurer la conduction électrique. Le faible diamètre des bulles permet de les considérer comme des traceurs passifs[8].

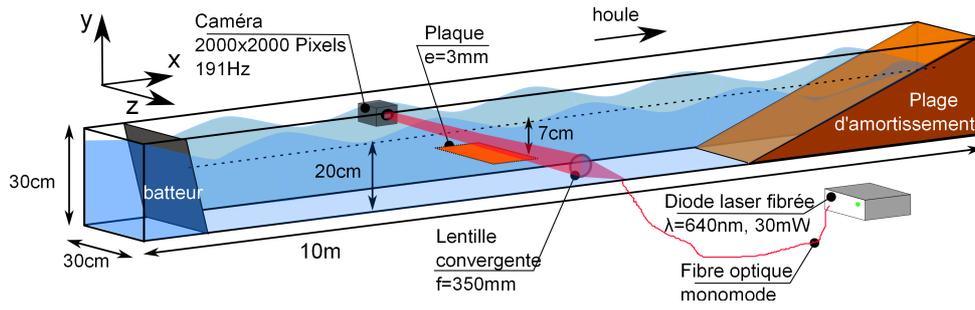


Figure 1 – Schéma du canal à houle avec le dispositif d'holographie numérique.

## II – 2 Acquisition des hologrammes

L'holographie dans l'axe a été retenue pour sa simplicité de mise en œuvre. Un seul faisceau est utilisé pour éclairer le volume de mesure et servir de référence pour obtenir le champ d'interférence sur le capteur de la caméra. La principale limite concernant le volume de mesure est la dimension du capteur CCD. L'hologramme étant enregistré sans optique intermédiaire, la dimension transverse du volume de mesure sera limitée par la taille du capteur. Pour agrandir notre champ, nous avons utilisé un faisceau convergent. Cela nous permet de compresser optiquement l'information sur le capteur et agrandir le volume de mesure. Si la condition de champ lointain pour une particule de diamètre  $d$  est respectée ( $\pi d^2 / 4 \lambda z_e \ll 1$ ) l'hologramme est alors traité comme s'il était éclairé en faisceau parallèle. On applique ensuite un facteur de grandissement  $K$  pour retrouver les grandeurs physiques [15]. La deuxième limite inhérente à l'holographie dans l'axe est le nombre d'objets entre la source et le capteur [7]. Si le nombre d'objets devient trop important, alors on observera un effet speckle important qui dégradera le rapport signal sur bruit et donc l'exploitabilité des hologrammes.

Les hologrammes sont enregistrés au moyen d'une caméra CCD 4M pixels Basler aca2040 sans objectif. Le capteur est composé de  $2000 * 2000$  pixels carrés de côté  $5,5 \mu m$ . On éclaire le champ de particule avec une diode laser fibrée (Coherent CUBE) de puissance  $30 mW$  émettant à la longueur d'onde  $\lambda = 640 nm$ . Pour assurer la convergence du faisceau, une lentille de focale  $f = 350 mm$  est placée entre la diode et le canal tel que présenté sur la figure 2. L'acquisition des hologrammes est synchronisée avec le batteur du canal afin de pouvoir repérer avec précision la phase du tourbillon observée.

Nous avons fait le choix, pour l'enregistrement des hologrammes, de la multi-exposition. Il s'agit de faire plusieurs enregistrement sur un seul hologramme [13], les objets mobiles apparaîtront ainsi plusieurs fois sur un seul hologramme. Le nombre d'expositions est limité par le rapport signal sur bruit. En effet, à chaque exposition on enregistre le bruit de fond, c'est à dire que, pour  $N$  expositions on aura  $N$ -fois ce bruit [13]. Dans notre configuration on peut enregistrer au mieux 7 expositions sur un seul hologramme pour que celui-ci reste exploitable.

## II – 3 Normalisation et restitution des hologrammes

Sur la figure 3 a), on peut voir un hologramme à 5 expositions. En l'état il n'est pas exploitable pour étudier la dynamique des tourbillons. Pour discerner les figures d'interférences causées par la diffraction sur les bulles, on normalise cet hologramme par la

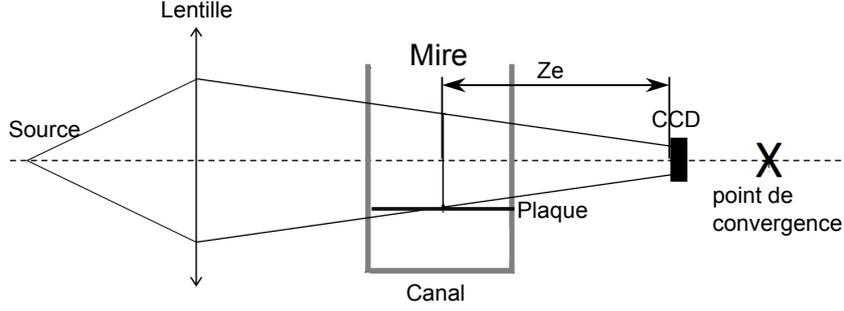


Figure 2 – Configuration optique de l’holographie en ligne, S, source laser, CCD, capteur de la caméra, f le point de convergence du faisceau :  $z_1 = 63cm$ ,  $z_2 = 9cm$ ,  $L = 30cm$ ,  $l = 1cm$ ,  $z_4 = 8,5cm$ ,  $z_5 = 44,2cm$ ,  $z_e$  distance objet capteur.

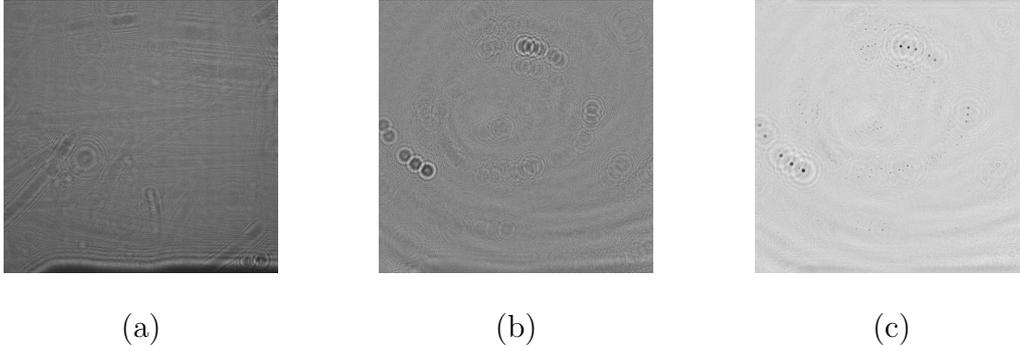


Figure 3 – Processus de restitution d’un hologramme, a) l’hologramme brut, b) l’hologramme normalisé et c) une restitution dans le plan  $z_r = 98mm$  .

moyenne de plusieurs hologrammes acquis dans les mêmes conditions expérimentales. On obtient alors l’hologramme normalisé de la figure 3 b) où on peut observer distinctement les anneaux de diffraction causés par les particules alors que les éléments fixes comme la plaque ont disparu. On peut alors procéder à la restitution plan par plan du volume de mesure à partir de l’hologramme. L’hypothèse onde plane étant validée dans nos conditions expérimentales, on utilise la restitution par transformation de Fresnel. Elle permet d’obtenir une double information ; la partie réelle et la partie imaginaire de la transformée. L’opération pour un plan  $z$  donné est :

$$R_j(z) + iI_j(z) = \frac{1}{a} H_j(x, y) ** \left[ \sin \left( \frac{x^2 + y^2}{a^2} \right) - i \cos \left( \frac{x^2 + y^2}{a^2} \right) \right] \quad (1)$$

avec

$$a = \left( \frac{\lambda z}{\pi} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (2)$$

Où  $H_j(x, y)$  est la matrice de niveau de gris de l’hologramme et \*\* le produit de convolution.

Pour localiser les bulles, les plans sont décomposés en fenêtres dites régions d’intérêt (ROI) (figure 4 a) dont la taille doit être ajustée en fonction du diamètre des bulles à

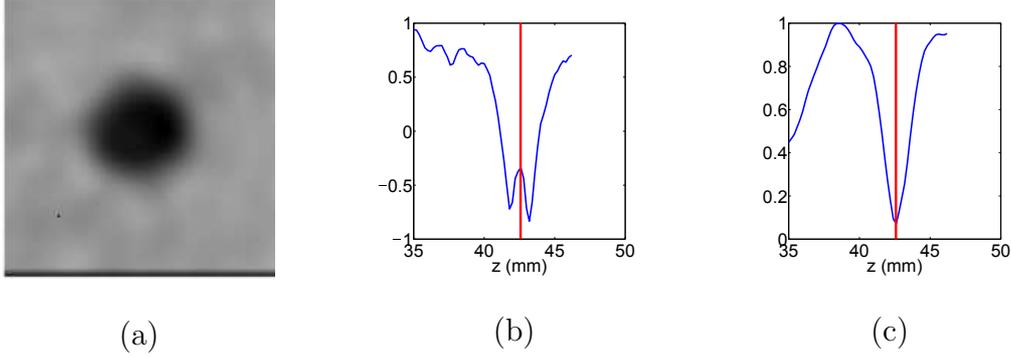


Figure 4 – Localisation 3D des bulles, a) image de la bulle dans le plan de restitution, b) profil du niveau de gris en  $z$  dans la ROI et c) profil de la variance de la partie imaginaire en  $z$  dans la ROI

localiser. Le programme commence ensuite par rechercher les minima de niveau de gris en ( $z$ ) dans chacune de ces fenêtres (figure 4 b). Si le programme détecte un objet dans la ROI, alors il recherche le minimum de variance de la partie imaginaire pour la ROI, qui donne une mesure plus précise de la position en  $z$ , celle ci s’annulant dans le plan de mise au point[10](figure 4 c).

### III – Calibration

#### III – 1 Étalonnage

L’utilisation d’un faisceau convergent entraîne un grandissement  $K = z_r/z_e$ , où  $z_r$  est la distance de restitution donnée sous l’hypothèse de l’onde plane et  $z_e$  la distance physique entre l’objet et le capteur. Pour l’étalonner on utilise une mire où sont gravés des carrés concentriques de dimensions connues. La mire est déplacée grâce à une vis millimétrique le long de l’axe optique avec une précision de  $0,1mm$ . On enregistre des hologrammes de la mire pour une dizaine de positions espacées de  $2mm$ , on estime alors le grandissement  $K$  avec la formule suivante [1] :

$$K = \frac{z_5 + z_r}{z_5} \quad (3)$$

La valeur de  $z_r$  est donnée lors de la restitution numérique de l’hologramme comme étant le meilleur plan de mise au point. La valeur du rayon de courbure, c’est à dire la distance  $z_5$  entre le point de convergence du faisceau et le capteur CCD, ne peut être mesuré directement car le point de convergence du faisceau est situé derrière la caméra et il est difficile de connaître précisément la position du capteur. On le retrouve donc par régression linéaire en posant :

$$z_m = \frac{1}{\frac{1}{z_{5est}} + \frac{1}{z_r}} \quad (4)$$

Où  $z_m$  est la valeur de  $z_e$ , distance physique, calculée à partir du plan de mise au point  $z_r$  et d’une estimation de la courbure théorique  $z_{5est}$ . On fait ensuite correspondre  $z_m$  avec  $z_{th}$  la distance entre l’objet et le capteur CCD prenant en compte le chemin optique.

$$z_{th} = \frac{z_3}{n_{eau}} + \frac{l}{n_{verre}} + \frac{z_4}{n_{air}} \quad (5)$$

Où  $n$  est l'indice optique du milieu traversé et  $l$  l'épaisseur de la paroi du canal. Comme la mesure absolue de  $z_4$  n'est pas précise du fait de l'incertitude sur la position du capteur, les mesures sont effectuées en distances relatives par rapport à un plan de référence ( $z_m^\circ; z_{th}^\circ$ ) et on a la relation :

$$(z_m - z_m^\circ) = a(z_{th} - z_{th}^\circ) + b \quad (6)$$

Où  $a$  est l'estimateur de pente et  $b$  un paramètre d'offset. On cherche à avoir une pente  $a=1$ , la méthode consiste à faire varier ( $z_{5est}$ ) pour que ce critère soit respecté. On estime ainsi une courbure unique pour l'ensemble du champ de mesure. En appliquant cette méthode on obtient  $z_5 = -442mm$ . La valeur négative de  $z_5$  est liée au fait que le faisceau de référence est convergent, par conséquent, le plan de focalisation est situé derrière le capteur. On peut alors évaluer le grandissement  $K$  entre espace objet et espace image en utilisant la formule (3) que l'on représente sur la figure 5. On peut ensuite obtenir le grandissement en tout point à partir d'un plan de référence en  $z_r = z_{ref}$  et en posant  $G = K(z_{ref})$ . En exprimant alors  $z_5$  en fonction de  $G$  et  $z_{ref}$  dans l'équation (3) on montre facilement que :

$$K(z_r) = (G - 1) \frac{z_r}{r_{ref}} + 1 \quad (7)$$

On peut ainsi retrouver le grandissement sur l'ensemble des  $30cm$  par  $1.5 * 1.5cm^2$  du volume de mesure proche de la paroi et  $1.8 * 1.8cm^2$  près de la paroi opposé à la caméra.

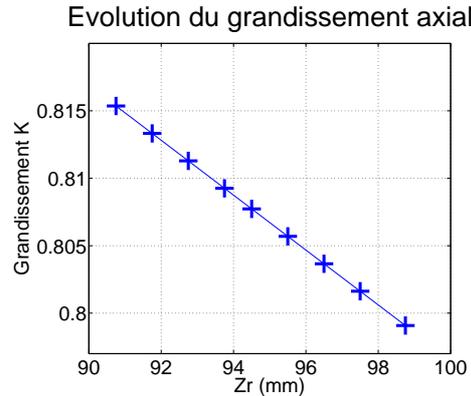


Figure 5 – Évolution du grandissement  $K$  en fonction de la distance de restitution  $z_r$ . Dans la zone d'émission de bulle, le grandissement sera donc compris entre  $K = 0.79$  et  $K = 0.82$  soit un champ dans le plan transverse d'environ  $1.5 * 1.5cm^2$ .

### III – 2 Estimation des incertitudes

La deuxième information importante est l'estimation de nos incertitudes, notamment sur la mesure dans l'axe qui est le point faible de l'holographie dans l'axe [9]. Pour pouvoir mesurer cette incertitude, on place dans le volume de mesure une mire sur laquelle est gravé un disque de  $50\mu m$  de diamètre et on enregistre 360 hologrammes. La mire est disposée successivement à  $3cm$ ,  $9cm$ ,  $15cm$ ,  $21cm$  et  $27cm$  de la paroi coté caméra pour caractériser l'incertitude sur l'ensemble du volume de mesure. Pour chaque position, on calcul la distance moyenne mesurée et on regarde l'écart à la moyenne. Les résultats sont présentés sur la figure 6.

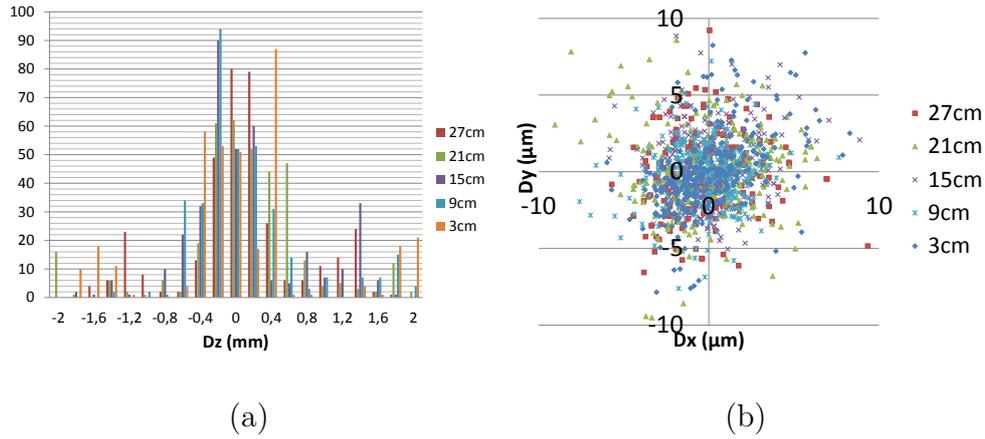


Figure 6 – Estimation des incertitudes en tenant compte du grandissement (a) écart à la moyenne en  $z$  et (b) écart à la moyenne en  $(x,y)$ .

Sur la figure 6 (a), on a  $\approx 70\%$  des écarts à la moyenne compris entre  $\pm 500\mu m$  et ce pour toute la largeur du canal. Dans le plan transverse, sur la figure 6 (b), les valeurs sont toute comprise entre  $\pm 10\mu m$ , ce qui est de l'ordre de grandeur de nos pixels confirmant les bon résultats de la holographie pour le plan  $(x,y)$ .

On constate un facteur 50 entre la précision des mesures axiales et transverses. Cet écart important est de deux natures, l'une physique, l'autre numérique. La limite physique est la profondeur de champ des particules. Le deuxième point est logiciel. Lors de l'extraction automatique des coordonnées 3D du disque, pour certains hologrammes la valeur obtenue en  $z$  est fautive, ce dernier point n'est pas encore expliqué. En corrigeant le logiciel, on peut espérer ramener tout les écart à la moyenne dans un intervalle de  $\approx 250\mu m$ .

## IV – Résultats

### IV – 1 Identification des trajectoires

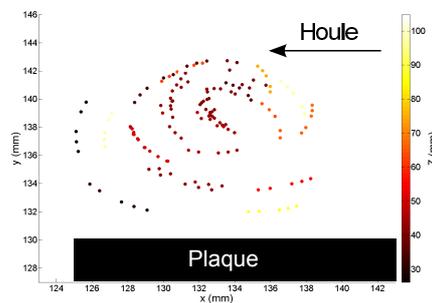


Figure 7 – Exemple de trajectoires identifiées pour un hologramme à 5 expositions.

Chaque hologramme est restitué sur 130 plans compris entre  $z_r = 100mm$  et  $z_r = 135mm$  par pas de  $0.2mm$ , et les coordonnées 3D des bulles sont extraites par un logiciel développé au CORIA. Les cinq impulsions étant enregistrées sur un même hologramme, les trajectoires sont reconstituées à partir des cinq positions occupées successivement par

chaque particule. Le programme développé pour cette reconnaissance est basé sur un critère de plus proche voisin. Il peut être décomposé de la façon suivante :

- Sélection d'une bulle " $b_1$ "
- Calcul de la distance aux autres bulles
- Élimination des particules trop éloignées ( $d_{12} < \Delta T * v_{max}$ ) et sélection du plus proche voisin " $b_2$ "
- Répétition du processus à partir de  $b_2$ , en imposant ( $\|d_{23} - d_{12}\|/d_{12}$ )  $< 10\%$  et  $\alpha_{123} < \alpha_{max}$ , où  $d_{nm}$  est la distance entre les bulles  $b_m$  et  $b_n$  et  $\alpha_{123}$  l'angle entre les deux vecteurs. Si  $b_3$  convient, on réitère pour chercher  $b_4$ , sinon l'algorithme reprend à partir d'un autre site  $b_3$ . Si aucun site ne convient, on reprend à partir d'un autre site  $b_2$  et on recommence en éliminant les combinaisons qui ne fonctionnent pas.
- Le programme procède de même pour  $b_4, b_5$  etc....

Quand les N points sont sélectionnés, on enregistre la trajectoire. Pour chaque particule, on cherche ainsi toute les possibilités et on enregistre toutes les trajectoires compatibles. Ce programme, en pratique, identifie tous les ensembles de N points compatibles avec une trajectoire, il suppose donc que la densité de bulles est suffisamment faible pour limiter le nombre de trajectoires candidates ce qui est adapté à l'holographie dans l'axe qui demande un ensemencement très dilué. On peu voir un exemple de trajectoires identifiées sur la figure 7. Les valeurs de  $v_{max}$  et  $\alpha_{max}$  sont importantes pour restreindre le nombre de trajectoires candidates et dépendent des caractéristiques de l'écoulement. L'intervalle de temps entre les deux expositions  $\Delta t$  dépend de la gamme de vitesse. Une campagne PIV effectuée préalablement sur cette expérience indique que les vitesses sont inférieures à  $0,4m/s$ . Par conséquent nous avons fixé  $\Delta t = 2ms$ . Une limitation de  $\alpha_{max}$  à  $20^\circ$  permet de limiter le nombre de fausses trajectoires.

## **IV – 2 Validation des résultats 2D**

Les résultats PIV présentés sur la figure 8 a) et b) sont obtenus en moyennant les champs instantanés d'une même phase sur 300 vagues. Nos données holographiques (8 c) et d)), sont la projection 2D des vitesses obtenue sur 500 hologrammes enregistrés à la même phase en se synchronisant sur le batteur du canal. Le champ de mesure de l'holographie en faisceau convergent est suffisant pour observer l'ensemble du tourbillon lors de sa naissance au bord supérieur de la plaque. Qualitativement, la comparaison des résultats montre que l'holographie permet de mesurer correctement la dynamique 2D. La couche limite formée sur la plaque se décolle en bord de plaque et s'enroule sur la partie supérieure. Quantitativement, les vitesses obtenues par holographie sont du même ordre de grandeur que celles obtenues par PIV.

## **IV – 3 Trajectoire 3D**

La composante axiale ( $v_z$ ) de la vitesse du tourbillon est plus difficile à obtenir expérimentalement avec l'holographie numérique. Nous avons donc réalisé des mesures à 191Hz pour nous permettre de suivre la trajectoire d'une bulle dans le temps, ce que l'on représente sur la figure 9. On y observe un déplacement dans l'axe avec une vitesse de l'ordre de  $0,08m/s$  ce qui est compatible avec les estimations de Poupardin [11] qui obtenait une vitesse de déplacement de l'ordre de  $0.1m/s$ .

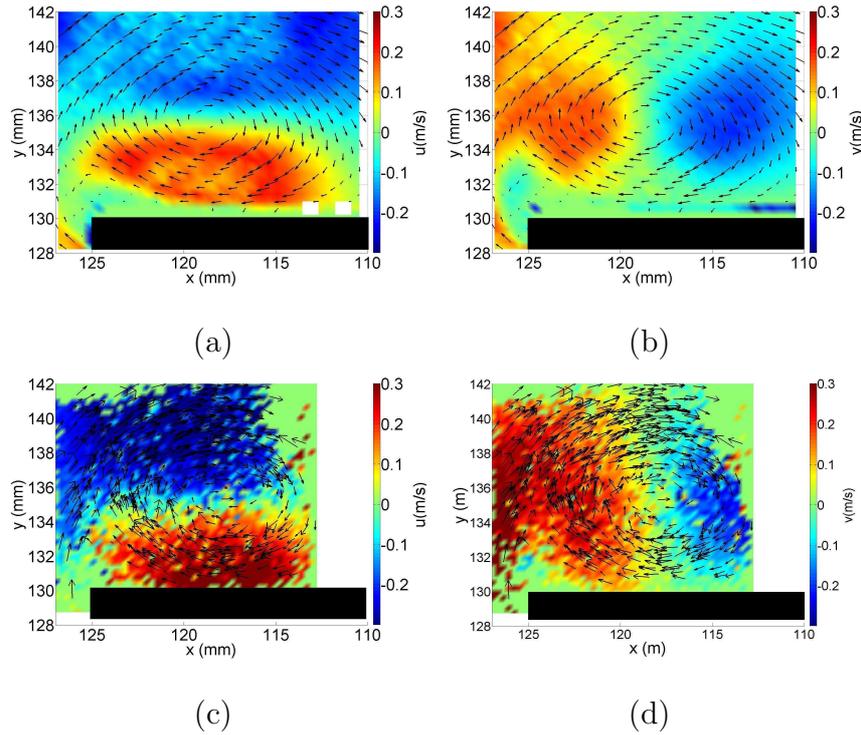


Figure 8 – Comparaison des vitesses obtenues par PIV a) et b) [12] et par holographie c) et d).

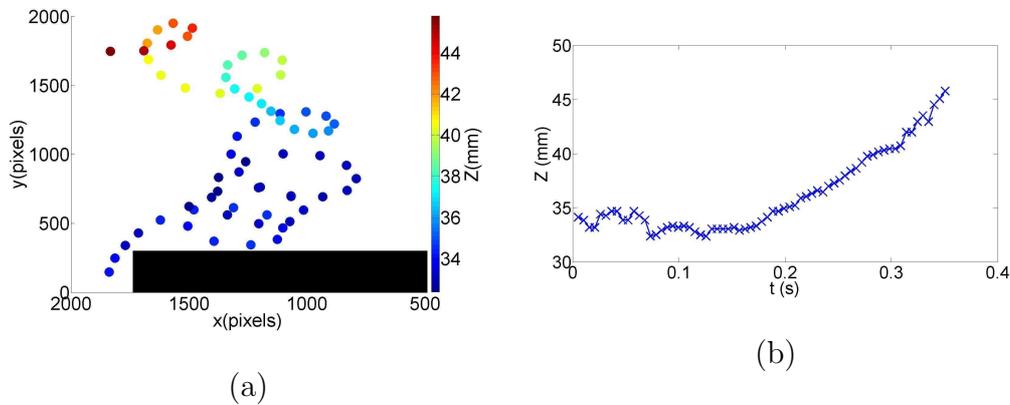


Figure 9 – Suivi d'une particule sur  $350ms$  au dessus de la plaque (a) Représentation de la trajectoire, les couleurs indiquent la position en  $z$  par rapport à la paroi coté caméra et (b) L'évolution de  $z(t)$ .

## V – Conclusion

Nous avons appliqué l'holographie numérique au suivi de bulles d'hydrogène au cœur d'un tourbillon. Le dispositif expérimental, ne nécessitant qu'une diode laser de faible puissance et un capteur CCD, a pu être facilement installé sur le canal. Le champ d'observation, bien que limité par le capteur, est suffisant pour observer le tourbillon dans sa totalité. Les hologrammes enregistrés sont exploitables sur l'ensemble des  $30cm$  de la largeur du canal. La précision obtenue sur la position des bulles dans un plan  $(x,y)$  est bonne, inférieure à  $10\mu m$ , sur toute la largeur du canal. La localisation des bulles en  $z$  est

encore à améliorer, cependant, elle permet d'avoir une estimation de la vitesse axiale  $v_z$  en accord avec les observations. Enfin, La comparaison des résultats acquis par holographie numérique avec ceux obtenus par PIV a permis de vérifier la validité de la mesure de vitesse dans le plan (x,y). Nous disposons donc d'un système de mesure 3D performant pour étudier la dynamique du tourbillon et en comprendre les mécanismes de déstabilisation.

**Remerciements** Cette étude est financée par le projet développement de Techniques optiques 3D pour écoulements complexes du LABEX EMC3 (Energy, Materials and Clean Combustion Center), et la Région Haute Normandie.

## Références

- [1] D. Allano, M. Malek, F. Walle, F. and Corbin, G. Godard, S. Coetmellec, B. Lecordier, J. Foucaut, and D. Lebrun. Three-dimensional velocity near-wall measurements by digital in-line holography : calibration and results. *App. Optics, Vol. 52(1), A9-A17*, 2013.
- [2] J. Brossard, G. Perret, L. Blonce, and A. Diedhiou. Higher harmonics induced by a submerged horizontal plate and a submerged rectangular step in a wave flume. *Coastal Engineering*, 56(1) :11 – 22, 2009.
- [3] Y. Goda and T. Suzuki. Estimation of incident and reflected waves in random wave experiments. *Coastal Engineering Proceedings*, 1(15), 2011.
- [4] G. Haussmann and W. Lauterborn. Determination of size and position of fast moving gas bubbles in liquids by digital 3-d image processing of hologram reconstructions. *Appl. Opt.*, 19(20) :3529–3535, Oct 1980.
- [5] K. D. Hinsch. Three-dimensional particle velocimetry. *Measurement Science and Technology*, 6(6) :742, 1995.
- [6] T. J. D., B. R. A., and F. W. M. Holographic techniques for the study of dynamic particle fields. *Appl. Opt.*, 8(5) :957–961, May 1969.
- [7] M. Malek, D. Allano, S. Coëtmelec, and D. Lebrun. Digital in-line holography : influence of the shadow density on particle field extraction. *Opt. Express*, 12(10) :2270–2279, May 2004.
- [8] R. Mei. Velocity fidelity of flow tracer particles. *Experiments in Fluids*, 22(1) :1–13, 1996.
- [9] H. Meng, G. Pan, Y. Pu, and S. H. Woodward. Holographic particle image velocimetry : from film to digital recording. *Measurement Science and Technology*, 15(4) :673, 2004.
- [10] G. Pan and H. Meng. Digital holography of particle fields : reconstruction by use of complex amplitude. *Appl. Opt.*, 42(5) :827–833, Feb 2003.
- [11] A. Poupardin. *Dynamique tourbillonnaire - Application à l'impact environnemental de structures immergées*. PhD thesis, Université du Havre, 2012.
- [12] A. Poupardin, G. Perret, G. Pinon, N. Bourneton, E. Rivoalen, and J. Brossard. Vortex kinematic around a submerged plate under water waves. Part I : Experimental analysis. *Eur. J. Mech. B/Fluids*. 34 pp. 47-55., 2012.
- [13] N. Salah, G. Godard, D. Lebrun, P. Paranthoen, D. Allano, and S. Coetmellec. Application of multiple exposure digital in-line holography to particle tracking in a benard-von karman vortex flow. *Meas. Sci. and Tech.*, Vol. 19, 074001, 2008.

- [14] U. Schnars and W. Jüptner. Direct recording of holograms by a ccd target and numerical reconstruction. *Appl. Opt.*, 33(2) :179–181, Jan 1994.
- [15] C. S. Vikram and M. L. Billet. Some salient features of in-line fraunhofer holography with divergent beams. *Optik (Stuttgart)*, 78(2) :80–83, 1988. eng.